展開　発展編　解答

1　以下の式を展開せよ．

（1）　$(2x+3)(2x+y-3)$

$$\begin{aligned}(2x+3)(2x+y-3) &= 4x^2+2xy-6x+6x+3y-9\\ &= \boxed{4x^2+2xy+3y-9}\end{aligned}$$

（2）　$(-2b-a)(a-3b)$

$$\begin{aligned}(-2b-a)(a-3b) &= -(a+2b)(a-3b)\\ &= -(a^2-ab-6b^2)\\ &= \boxed{-a^2+ab+6b^2}\end{aligned}$$

解き方のポイント

かっこ内の多項式が「−」で始まっているときは，順番を入れ替えるか「−」を外に出す！

（3）　$(a+b-2c)(a-b+2c)$

$$\begin{aligned}(a+b-2c)(a-b+2c) &= \{a+(b-2c)\}\{a-(b-2c)\}\\ &= a^2-(b-2c)^2\\ &= \boxed{a^2-b^2+4bc-4c^2}\end{aligned}$$

解き方のポイント

かっこ内の共通部分を 1 つの文字として見る！

（4）　$(x-2y+3z)^2$

$$(x-2y+3z)^2 = \boxed{x^2+4y^2+9z^2-4xy-12yz+6zx}$$

（5）　$(4a-1)^2(4a+1)^2$

$$\begin{aligned}(4a-1)^2(4a+1)^2 &= \{(4a-1)(4a+1)\}^2\\ &= (16a^2-1)^2\\ &= \boxed{256a^4-32a^2+1}\end{aligned}$$

解き方のポイント

掛け算の順序を変更する！

（6）　$-2(2-3x)(x+1)$

$$\begin{aligned}-2(2-3x)(x+1) &= 2(3x-2)(x+1)\\ &= 2(3x^2+x-2)\\ &= \boxed{6x^2+2x-4}\end{aligned}$$

解き方のポイント

自分が見やすい形に式変形してから展開する！

（7）　$(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$

$$(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) = \boxed{a^3+b^3+c^3-3abc}$$

解き方のポイント

これだけは暗記せよ！(因数分解につながる)

（8）　$(2x-3)^3$

$$\begin{aligned}(2x-3)^3 &= (2x)^3-3\cdot(2x)^2\cdot 3+3\cdot(2x)\cdot 3^2-3^3\\ &= \boxed{8x^3-36x^2+54x-27}\end{aligned}$$

解き方のポイント

3 乗公式は覚えてほしいが、万一のときは $(2x-3)^2(2x-3)$ として計算！

（9）　$(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)$

$$\begin{aligned}(x+2)(x+3)(x+4)(x+5) &= \{(x+2)(x+5)\}\{(x+3)(x+4)\}\\ &= (x^2+7x+10)(x^2+7x+12)\\ &= (x^2+7x)^2+22(x^2+7)+120\\ &= \boxed{x^4+14x^3+71x^2+274}\end{aligned}$$

解き方のポイント

2 個ずつ展開したときに共通部分ができるようなペアを想像！(今回の場合 x^2+7x が共通)

(10)　$(a+b-c)^2-(a+b)(a+b-2c)$

$$
\begin{aligned}
&(a+b-c)^2-(a+b)(a+b-2c)\\
&=(a^2+b^2+c^2+2ab-2bc-2ca)-(a^2+2ab+b^2-2ac-2bc)\\
&=\boxed{c^2}
\end{aligned}
$$

解き方のポイント

複雑な展開は a, b, c に値を代入して成り立つか確認！
例えば $a=b=c=1$ をもとの式に代入すると 1．一方で答えにも代入すると 1．
これらの値は一致していなければ，どこかでミスをしていると分かる．

(11)　$(a+b+c)(-a+b+c)+(a-b+c)(a+b-c)$

$$
\begin{aligned}
&(a+b+c)(-a+b+c)+(a-b+c)(a+b-c)\\
&=\{(b+c)+a\}\{(b+c)-a\}+\{a-(b-c)\}\{a+(b-c)\}\\
&=\{(b+c)^2-a^2\}+\{a^2-(b-c)^2\}\\
&=(b+c)^2-(b-c)^2\\
&=(b^2+2bc+c^2)-(b^2-2bc+c^2)\\
&=\boxed{4bc}
\end{aligned}
$$

解き方のポイント

2 乗 $-$2 乗の展開公式をうまく使う！
ちなみに 4 行目 $((b+c)^2-(b-c)^2)$ のあと因数分解を知っている人は，$\{(b+c)+(b-c)\}\{(b+c)-(b-c)\}$ として解いても良い．

(12)　$(a+b+c)(-a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)$

$$
\begin{aligned}
&(a+b+c)(-a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)\\
&=\{(b+c)+a\}\{(b+c)-a\}\{a-(b-c)\}\{a+(b-c)\}\\
&=\{(b+c)^2-a^2\}\{a^2-(b-c)^2\}\\
&=-\{a^2-(b+c)^2\}\{a^2-(b-c)^2\}\\
&=-[(a^2)^2-\{(b+c)^2+(b-c)^2\}a^2+\{(b+c)^2(b-c)^2\}]\\
&=-[a^4-\{(b^2+2bc+c^2)+(b^2-2bc+c^2)\}a^2+\{(b+c)(b-c)\}^2]\\
&=-\{a^4-(2b^2+2c^2)a^2+(b^2-c^2)^2\}\\
&=-(a^4-2a^2b^2-2a^2c^2+b^4-2b^2c^2+c^4)\\
&=\boxed{-a^4-b^4-c^4+2a^2b^2+2b^2c^2+2c^2a^2}
\end{aligned}
$$

解き方のポイント

楽に展開できるように工夫する．
例えば，3 行目 $(\{(b+c)^2-a^2\}\{a^2-(b-c)^2\})$ まで計算したら，両方のかっこに a^2 が共通なのでそこに着目して計算を進めるなどだ．

(13)　$(a-b)^2(a^2+ab+b^2)^2$

$$\begin{aligned}(a-b)^2(a^2+ab+b^2)^2 &= \{(a-b)(a^2+ab+b^2)\}^2 \\ &= (a^3-b^3)^2 \\ &= \boxed{a^6-2a^3b^3+b^6}\end{aligned}$$